第14講　微分係数と導関数

PART1　平均変化率，極限値と微分係数

例題

関数 $f(x)=3x^2-2$ について，次の問いに答えよ。

(1)　x の値が -1 から 5 まで変化するときの平均変化率を求めよ。

(2)　x の値が 2 から $2+h(h \neq 0)$ まで変化するときの平均変化率を求めよ。

(3)　$x=2$ における微分係数を求めよ。

Point Pickup

練習

関数 $f(x)=3x^2-2x+1$ について，次の問いに答えよ。

(1)　x の値が -4 から 2 まで変化するときの平均変化率を求めよ。

(2)　$x=-1$ における微分係数を求めよ。

第14講　PART1 確認問題

関数 $f(x)=2x^2-5x+2$ について，次の問いに答えよ。

1　x の値が -3 から 1 まで変化するときの平均変化率を求めよ。

$\boxed{\text{アイ}}$

2　$x=-1$ における微分係数を求めよ。

$$f'(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(\boxed{\text{ウエ}}+h)-f(\boxed{\text{ウエ}})}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\boxed{\text{オ}}h^2-\boxed{\text{カ}}h}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}(\boxed{\text{オ}}h-\boxed{\text{カ}})$$

$$=\boxed{\text{キク}}$$

第 14 講　微分係数と導関数

PART1　平均変化率，極限値と微分係数

例題

関数 $f(x)=3x^2-2$ について，次の問いに答えよ。

(1)　x の値が -1 から 5 まで変化するときの平均変化率を求めよ。

(2)　x の値が 2 から $2+h\,(h \neq 0)$ まで変化するときの平均変化率を求めよ。

(3)　$x=2$ における微分係数を求めよ。

(1)　$\dfrac{f(5)-f(-1)}{5-(-1)}=\dfrac{(3\cdot 5^2-2)-\{3\cdot(-1)^2-2\}}{6}=\dfrac{72}{6}=12$

(2)　$\dfrac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}=\dfrac{\{3(2+h)^2-2\}-(3\cdot 2^2-2)}{h}=\dfrac{3h^2+12h}{h}=\dfrac{h(3h+12)}{h}=3h+12$

(3)　$f'(2)=\lim\limits_{h \to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim\limits_{h \to 0}(3h+12)=12$

練習

関数 $f(x)=3x^2-2x+1$ について，次の問いに答えよ。

(1)　x の値が -4 から 2 まで変化するときの平均変化率を求めよ。

(2)　$x=-1$ における微分係数を求めよ。

(1)　$$\frac{f(2)-f(-4)}{2-(-4)}=\frac{(3\cdot 2^2-2\cdot 2+1)-\{3\cdot(-4)^2-2\cdot(-4)+1\}}{6}=\frac{-48}{6}=-8$$

(2)　$$f'(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{\{3(-1+h)^2-2(-1+h)+1\}-\{3\cdot(-1)^2-2\cdot(-1)+1\}}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{3h^2-8h}{h}=\lim_{h\to 0}(3h-8)=-8$$

第14講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] アイ：-9

[解説]

$$\frac{f(1)-f(-3)}{1-(-3)} \quad \text{[A]}$$

$$=\frac{(2\cdot1^2-5\cdot1+2)-\{2\cdot(-3)^2-5\cdot(-3)+2\}}{4}$$

$$=\frac{-36}{4}$$

$$=\mathbf{-9}$$

[A]　平均変化率

関数 $f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するときの平均変化率は

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

この平均変化率は，2 点 $(a,\ f(a))$，$(b,\ f(b))$ を通る直線の傾きを表している。

2

[正解] ウエ：-1，オ：2，カ：9，キク：-9

[解説]

$$f'(-1)$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h} \quad \text{[B]}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{\{2(-1+h)^2-5(-1+h)+2\}-(2+5+2)}{h}$$

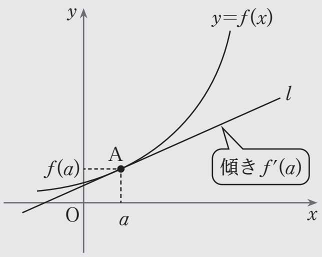
$$=\lim_{h\to0}\frac{2h^2-9h}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}(2h-9)$$

$$=\mathbf{-9}$$

[B]　微分係数

関数 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数は

$$f'(a)=\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

微分係数 $f'(a)$ は，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$ における接線 l の傾きに等しい。